T-4 I-Sem

APRIL/MAY 2018

BMA11 — ALGEBRA

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL questions.

1. If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ are the roots of $x^4 - 2x^3 + x^2 - x + 5 = 0$, find $\sum \alpha^2 \beta\gamma$.

   $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ என்பவை $x^4 - 2x^3 + x^2 - x + 5 = 0$ என்பதின் மூலங்கள் எனில் $\sum \alpha^2 \beta\gamma$ -ஐக் காண்க.

2. Define reciprocal equation.

   தலைகீழ் சமன்பாட்டை வரையறு.

3. Determine the nature of the roots of the equation $x^5 - 6x^2 - 4x + 5 = 0$.

   $x^5 - 6x^2 - 4x + 5 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மையைக் காணக்.

4. Write the Descarte's rule of signs for negative roots.

குறை மூலங்களக்கான டெஸ்கார்டஸ் குறியீட்டு விதியை எழுதுக.

5. Write the expansion of $\left(\dfrac{e^x - e^{-x}}{2}\right)$.

$\left(\dfrac{e^x - e^{-x}}{2}\right)$ -ன் விரிவை எழுதுக.

6. Write the expansion of $\log\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$.

$\log\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ -ன் விரிவை எழுதுக.

7. Define symmetric matrix and give an example.

சமச்சீர் அணியை வரையறுத்து எடுத்துக்காட்டு தருக.

8. State Cayley - Hamilton theorem.

கெய்லி - ஹாமில்டன் தேற்றத்தை எழுதுக.

9. Define prime and composite numbers.

பகா எண் மற்றும் பகு எண்ணை வரையறு.

10. State Wilson's theorem.

வில்சன் தேற்றத்தைக் கூறுக.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Solve the equation $2x^3 - 11x^2 + 10x + 8 = 0$ given that one of the roots is double another of its roots.

$2x^3 - 11x^2 + 10x + 8 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் மற்றொரு மூலத்தின் இருமடங்கு எனில் அச்சமன்பாட்டைத் தீர்.

Or

(b) Diminish by 3 the roots of the equation $x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 4x + 6 = 0$.

$x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 4x + 6 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்களில் 3-ஐக் குறைக்க.

12. (a) Show that $x^6 + 3x^2 - 5x + 1 = 0$ has atleast four imaginary roots.

$x^6 + 3x^2 - 5x + 1 = 0$ எனும் சமன்பாட்டிற்கு குறைந்தபட்சம் நான்கு கற்பனை மூலங்கள் உள்ளன எனக் காண்பி.

Or

(b) Find the approximate value of the positive root of the equation $x^3 - 2x - 5 = 0$ by Horner's method.

$x^3 - 2x - 5 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மிகை மூலத்தின் தோராய மதிப்பைக் ஹார்னர் முறையில் காண்க.

13. (a) Sum the series to infinity

$$\frac{1 \cdot 4}{5 \cdot 10} - \frac{1 \cdot 4 \cdot 7}{5 \cdot 10 \cdot 15} + \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10}{5 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 20} \ldots.$$

$\frac{1 \cdot 4}{5 \cdot 10} - \frac{1 \cdot 4 \cdot 7}{5 \cdot 10 \cdot 15} + \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10}{5 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 20} \ldots.$ எனும் தொடரின் முடிவிலி வரைக் கூடுதல் காண்க.

Or

(b) Show that $\sum_{0}^{\alpha} \frac{5n+1}{(2n+1)!} = \frac{e}{2} + \frac{2}{e}$.

$\sum_{0}^{\alpha} \frac{5n+1}{(2n+1)!} = \frac{e}{2} + \frac{2}{e}$ எனக் காண்பி.

14. (a) If the product of two eigen values of the matrix $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ is 16, then find the third eigen value of A.

$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ எனும் அணியின் இரு ஐகன் மதிப்புகளின் பெருக்கல் 16 எனில் A -ன் மூன்றாவது ஐகன் மதிப்பைக் காண்க.

Or

(b) Find A^{-1} if $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ using Cayley - Hamilton theorem.

$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ எனில் கெய்லி - ஹாமில்டன் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி A^{-1} காண்க.

15. (a) Show that $16^{99} - 1 = 0 \pmod{437}$.

$16^{99} - 1 = 0 \pmod{437}$ எனக் காண்பி.

Or

(b) Find the highest power of 3 dividing 1000 !.

1000 ! -ஐ 3-ன் மீப்பெரு படியைக் காண்க.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Solve : $6x^5 - x^4 - 43x^3 + 43x^2 + x - 6 = 0$.

தீர் : $6x^5 - x^4 - 43x^3 + 43x^2 + x - 6 = 0$.

17. Find the positive root of the equation $x^3 + x^2 \_ x - 100 = 0$ by Horner's method.

$x^3 + x^2 \_ x - 100 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மிகை மூலத்தை ஹார்னர் முறையில் காண்க.

18. Show that :

$$\log\sqrt{12} = 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\frac{1}{4^2} + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right)\frac{1}{4^3} + \ldots$$

$$\log\sqrt{12} = 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\frac{1}{4^2} + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right)\frac{1}{4^3} + \ldots$$

என நிரூபி.

19. Find the eigen values and eigen vectors of the matrix $\begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$ எனும் அணியின் ஐகன் மதிப்புகள் மற்றும் ஐகன் வெக்டர்களைக் காண்க.

20. State and prove Fermat's theorem.

பெர்மட் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.
